

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره	

۱	ثابت کنید میانگین حسابی دو عدد نامنفی از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
۲	درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) یک گراف کامل ۸ رأسی، ..... یال دارد. ب) در یک گراف از مرتبه ۱۰ با $\Delta = 3$ حداقل ..... رأس برای احاطه همه رئوس لازم است. ج) اگر در گراف $G$ از مرتبه $p$ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر ..... است. د) مجموع درایه های سطر اول یک مربع لاتین ۵ در ۵ برابر ..... است.	۲
۳	اگر باقی مانده تقسیم $m$ و $n$ بر ۱۳ به ترتیب اعداد ۲ و ۹ باشد در این صورت باقی مانده تقسیم عدد $5m - 3n$ بر ۱۳ را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر در یک سال، شنبه روز اول مهر باشد. در این صورت با استفاده از هم نهشتی تعیین کنید ۱۲ بهمن، در همان سال چه روزی از هفته است؟	۱
۵	با تبدیل معادله سیاله خطی $5x + 2y = 18$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جوابهای عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۶	شکل مقابل نمودار گراف $G$ می باشد. الف) مرتبه و اندازه گراف $G$ را بنویسید. ب) مجموعه $N_G(b)$ را بنویسید. ج) مجموع درجه های رأس های گراف $\overline{G}$ را مشخص کنید.	۱/۵
۷	گراف $C_V$ را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید. ب) عدد احاطه گری $C_V$ را به دست آورید. ج) دو مجموعه احاطه گر مینیمم متمایز بنویسید.	۱/۵
۸	الف) ثابت کنید هر مجموعه احاطه گر دلخواه غیر مینیمال را میتوان با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل کرد؟ ب) در گراف روبرو یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۵ عضوی را مشخص کنید.	۱/۵
«بقیه سوالات در صفحه دوم»		

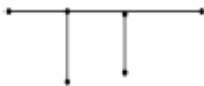

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		نام و نام خانوادگی:		ساعت شروع: ۸ صبح		تعداد صفحه: ۲	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		رشته: ریاضی فیزیک		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸							
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>							
ردیف		سوالات پاسخ نامه دارد					
		نمره					

۹	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۰	با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ چند عدد ۹ رقمی می توان نوشت.	۱
۱۱	۶ دانش آموز پایه دوازدهم و ۵ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار گیرند، به طوری که: الف) به صورت یک در میان قرار بگیرند. ب) همواره دانش آموزان یازدهم کنار هم باشند. ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 10$ با شرط $x_i > 0, i = 2, 3, 4, 5$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	اگر سه دوست هم سبزه، سه کت و سه پیراهن داشته باشند و بخواهند در سه روز اول هفته از این لباسها به گونه ای استفاده کنند که هر فرد هر یک از کت ها و هریک از پیراهن ها را دقیقاً یک بار استفاده کرده باشد و هر کت با هر پیراهن نیز دقیقاً یکبار مورد استفاده قرار بگیرد، چگونه می توانند این کار را انجام دهند؟	۱/۵
۱۴	در بین اعداد ۱ تا ۹۰ چند عدد وجود دارد که بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشند.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید اگر در یک دبیرستان حداقل ۵۰۵ دانش آموز مشغول به تحصیل باشند لااقل ۷ نفر از آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است.	۱/۲۵
	"موفق باشید"	جمع نمره
		۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۳/۲۵	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	

۱	اگر دو عدد نامنفی باشند حکم چنین خواهد بود (۰/۵) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (صفحه: ۷) گزاره همیشه درست $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \underbrace{a+b-2\sqrt{ab}}_{(\cdot/25)} \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}_{(\cdot/25)} \geq 0$	۱
۲	الف) ۲۸ (۰/۵) ب) ۳ راس (۰/۵) ج) $p-1$ (۰/۵) د) ۱۵ (۰/۵) (صفحه: ۶۲ و ۵۳ و ۴۹ و ۳۸)	۲
۳	(صفحه: ۱۴) $m = 13q_1 + 2$ (۰/۵) $3m = 13(3q_1) + 6$ (۰/۵) $\rightarrow 5n - 3m = 13q' + 39$ (۰/۲۵) $n = 13q_2 + 9$ (۰/۵) $5n = 13(5q_2) + 45$ (۰/۲۵) $\rightarrow 5n - 3m = 13q'' + 0 \rightarrow r = 0$ (۰/۲۵)	۱/۵
۴	روز اول مهر، شنبه را برابر صفر در نظر میگیریم ۲۹ روز درمهر و سه ماه آبان و آذر و دی و ۱۲ روز بهمن، فاصله اول مهر تا ۱۲ بهمن است، پس داریم: (۰/۲۵) $29 + 30 + 30 + 30 + 12 = 131 \rightarrow 131 \equiv 5 \pmod{7}$ (۰/۵) که متناظر این عدد در جدول روز پنج شنبه را نشان می دهد. (۰/۲۵) (صفحه: ۲۴)	۱
۵	(صفحه: ۲۵) $\underbrace{2y=18}_{(\cdot/5)} \xrightarrow{(2,5)=1} y=9$ (۰/۵) $\Rightarrow y=9=4$ (۰/۲۵) $y=5k+4$ (۰/۲۵) و $x=-2k+2$ (۰/۲۵)	۱/۵
۶	الف) (۰/۲۵) $p=6$ (۰/۲۵) ، $q=7$ (۰/۲۵) ب) $N_G(b) = \{a, d, c\}$ (۰/۲۵) ج) $\frac{P(P-1)}{2}$ (۰/۲۵) = تعداد یال های گراف $G$ + تعداد یال های گراف $\bar{G}$ (۰/۲۵) $16 = \text{مجموع درجه های رئوس گراف } \bar{G} \Rightarrow$ (۰/۲۵) $8 = \text{تعداد یال های گراف } \bar{G}$ (صفحه: ۴۱)	۱/۵
۷	الف) (۰/۵) $\{v_1, v_3, v_4, v_5\}$ (۰/۵) ب) $\gamma(G) = 3$ (۰/۵) ج) $\{v_1, v_3, v_5\}$ و $\{v_2, v_4, v_6\}$ (۰/۵) (صفحه: ۴۵)	۱/۵



۱/۵	الف) اگر $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ یک مجموعه احاطه گر غیر مینمال باشد در این صورت یک یا چند عضو وجود دارند که با حذف آنها مجموعه احاطه گر مینمال باقی می ماند. (۰/۲۵) بنا بر این عضوی مانند $a_1$ را در نظر میگیریم اگر با حذف آن هنوز مجموعه احاطه گر باقی بماند آن را حذف می کنیم (۰/۲۵) در غیر این صورت آن را نگه داشته و همین کار را برای سایر رئوس انجام میدهیم. (۰/۲۵) ب) $A = \{h, g, f, i, j\}$ (۰/۷۵) (صفحه: ۴۶)	۸																																																
۱	الف) (۰/۵)  (۰/۵) ب) (۰/۵)  (صفحه: ۵۳)	۹																																																
۱	$P = \frac{9!}{3! \times 2! \times 2!} \rightarrow P = 3 \times 7! \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۵۸)	۱۰																																																
۱/۵	الف) $5 \times 6!$ (۰/۵) ب) $5 \times 7!$ (۰/۵) ج) $10 \times 2!$ (۰/۵) (صفحه: ۵۷)	۱۱																																																
۱ ..	$x_1 + x_r + x_r + x_r + x_0 = 10 \rightarrow x_1 + y_r + 1 + y_r + 1 + y_r + 1 + y_0 + 1 = 10$ $x_1 + y_r + y_r + y_r + y_0 = 6 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow[(۰/۷۵)]{\binom{n+k-1}{k-1}} \rightarrow \binom{6+5-1}{5-1} \quad (۰/۵)$ (صفحه: ۷۲)	۱۲																																																
۱/۵	<table data-bbox="260 1328 579 1458"> <tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>پنجشنبه</th><th>شنبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>B</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>C</td><td>۱</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> </table> و <table data-bbox="633 1328 925 1458"> <tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>پنجشنبه</th><th>شنبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> <tr><td>B</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>C</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> $\rightarrow$ <table data-bbox="1045 1328 1364 1458"> <tr><th></th><th>دوشنبه</th><th>پنجشنبه</th><th>شنبه</th></tr> <tr><td>A</td><td>۲۲</td><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr> <tr><td>B</td><td>۲۲</td><td>۱۳</td><td>۳۱</td></tr> <tr><td>C</td><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۲۳</td></tr> </table> (صفحه: ۶۹) (۰/۵)		دوشنبه	پنجشنبه	شنبه	A	۳	۲	۱	B	۲	۱	۳	C	۱	۳	۲		دوشنبه	پنجشنبه	شنبه	A	۲	۱	۳	B	۲	۳	۱	C	۱	۲	۳		دوشنبه	پنجشنبه	شنبه	A	۲۲	۲۱	۱۲	B	۲۲	۱۳	۳۱	C	۱۱	۲۲	۲۳	۱۳
	دوشنبه	پنجشنبه	شنبه																																															
A	۳	۲	۱																																															
B	۲	۱	۳																																															
C	۱	۳	۲																																															
	دوشنبه	پنجشنبه	شنبه																																															
A	۲	۱	۳																																															
B	۲	۳	۱																																															
C	۱	۲	۳																																															
	دوشنبه	پنجشنبه	شنبه																																															
A	۲۲	۲۱	۱۲																																															
B	۲۲	۱۳	۳۱																																															
C	۱۱	۲۲	۲۳																																															
۱/۲۵	$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $n(A \cup B) = \left\lfloor \frac{90}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{90}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{90}{6} \right\rfloor \quad (۰/۷۵) \quad n(A \cup B) = 60 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه: ۸۴)	۱۴																																																
۱/۲۵	تعداد لانه ها : $7 \times 12 = 84$ (۰/۲۵) ..... تعداد کبوترها : ۵۰۵ دانش آموز (۰/۲۵) $\frac{505}{-504} \quad \frac{84}{6} \quad 6+1=7 \quad (۰/۵)$ ..... طبق اصل لانه کبوتری لااقل ۷ نفر آنها روز هفته و ماه تولدشان یکسان است. (۰/۲۵)	۱۵																																																

«همکاران گرامی، لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر یارم را به تناسب تقسیم فرمایند.»