

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه : ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
	نمره		

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $[a, b] = b$. ب) معادله هم‌نهشتی $a x \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) m$. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۱
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b^m$ آن گاه $ac \equiv bc^m$.	۱
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است x ؟	۱/۲۵
۹	الف) گراف k - منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

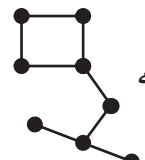
سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰ صبح	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵																		
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ باشد.	۱/۲۵																		
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱																		
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵																		
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$ ، $x_3 > 3$ باشند.	۱																		
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟	۰/۷۵																		
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵																		
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱																		
	موفق باشید "	جمع نمره																		
	۲۰																			

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸			مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)			۱
۲	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)			۱
۳	$\begin{aligned} a 4k+9 \\ a 6k+14 \end{aligned} \Rightarrow a \underbrace{-6(4k+9)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{4(6k+14)}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow a 2 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)			۱
۴	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵), \quad B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)			۱
۵	$13 \equiv -4 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{17} 13^{22} \equiv -1 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)			۱
۶	$a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m c(a-b) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m ac-bc \quad (۰/۲۵) \Rightarrow ac \equiv bc \quad (۰/۲۵)$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)			۱
۷	$13y \equiv 7, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \quad (۰/۲۵)) \rightarrow 4y \equiv 16 \quad (۰/۲۵) \xrightarrow{(4,9)=1 \quad (۰/۲۵)} y \equiv 4 \quad (۰/۲۵)$ $y=9k+4 \quad (۰/۲۵), \quad x=-13k-5 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)			۱/۵
۸	الف) $\delta(G)=1$ (۰/۲۵) ب) $q=6$ (۰/۲۵) پ) $N_G[b]=\{b,a,c,d\}$ (۰/۵) ت) $x=c$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)			۱/۲۵
۹	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (۰/۵) (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $5 \times 3 = 2q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)			۱
۱۰	الف) a,c,d,b,e,a (۰/۵) ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)			۱
۱۱	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c,f,h,g\}$ (۰/۵) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c,f,g\}$ (۰/۷۵) (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (کار در کلاس صفحه ۴۷)			۱/۲۵
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم				

ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه									
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹										
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir											
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره									
۱۲	<p>الف) برای مثال اگر $n=10$، رسم C_{10} یا P_{10} (۰/۲۵) در این گرافها: $\gamma(G)=\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=4$ (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۴۹)</p> <p>ب) در گرافی مشابه $\gamma(G)=3$ (۰/۲۵) ولی $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor=2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)</p>  <p>(لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)</p>			۱/۲۵									
۱۳	<p>(مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840$ (۰/۲۵) (۰/۷۵)</p>			۱									
۱۴	<p>الف) $6! \times 5!$ (۰/۵) ب) $6! \times 5! \times 2! \times 5!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷) (۰/۷۵)</p>			۱/۲۵									
۱۵	<p>$y_1 + 3 + x_7 + y_7 + 4 + x_6 + x_5 = 14 \Rightarrow y_1 + x_7 + y_7 + x_6 + x_5 = 7$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)</p>			۱									
۱۶	<p>متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)</p> <p>(شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> <table border="1" data-bbox="220 1162 411 1319"><tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr><tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr></table> <p>(۰/۵)</p>			۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۰/۷۵
۱۱	۲۲	۳۳											
۳۲	۱۳	۲۱											
۲۳	۳۱	۱۲											
۱۷	<p>$1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$</p> <p>$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$S = 3^4$ (۰/۲۵) , $A_i = 2^4$ (۰/۲۵) , $A_i \cap A_j = 1^4$ (۰/۲۵) , $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\underbrace{ A_1 \cup A_2 \cup A_3 = S - A_1 \cup A_2 \cup A_3 = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36}_{(۰/۲۵)}$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه فعالیت صفحه ۷۷)</p>			۱/۷۵									
۱۸	<p>(سوال ۱۲ صفحه ۸۳)</p> <p>تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>_____ , _____ , _____ , , _____ ۱,۸۴ ۲,۸۳ ۳,۸۲ ۴۲,۴۳</p> <p>چنان چه قرار باشد کبوترها لانه ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می گیرند و مجموعه شان ۸۵ است. (۰/۲۵)</p>			۱									

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»